



# Форсайт-сессия «Результаты ГИА-2021 и планируемые изменения КИМ ЕГЭ 2022 года» (математика)



Панкратьев А.Е.,  
председатель ПК ЕГЭ,  
Черняева М.А.,  
зам. председателя  
ПК ЕГЭ  
по математике  
г. Москвы



# Распределение тестовых баллов по предмету в 2021 г





# Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

3

|                                     | г. Москва |         |         |
|-------------------------------------|-----------|---------|---------|
|                                     | 2019 г.   | 2020 г. | 2021 г. |
| Не преодолели минимального балла, % | 2,70      | 8,33    | 11,40   |
| Средний тестовый балл               | 62,42     | 56,33   | 54,13   |
| Получили от 81 до 99 баллов, %      | 13,73     | 9,80    | 10,66   |
| Получили 100 баллов, чел.           | 244       | 165     | 263     |



# Анализ результатов выполнения заданий с кратким ответом

4

## Процент выполнения заданий по городу Москве

| Задание | Средний балл | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный<br>балл | в группе от<br>минимального<br>до 60 тестовых<br>баллов | в группе 61-<br>80 тестовых<br>баллов | в группе 81-<br>100 тестовых<br>баллов |
|---------|--------------|--|---|---------------------------------------|--|
| 1       | 96,40        | 83,98  | 97,14   | 98,59                                 | 99,52                                  |
| 2       | 98,77        | 93,94  | 98,96   | 99,76                                 | 99,91                                  |
| 3       | 89,31        | 47,70  | 90,83   | 98,09                                 | 99,09                                  |
| 4       | 94,01        | 71,92  | 95,16   | 98,21                                 | 99,26                                  |
| 5       | 93,96        | 64,46  | 96,19   | 99,11                                 | 99,74                                  |
| 6       | 58,43        | 13,05  | 43,81   | 79,90                                 | 96,02                                  |
| 7       | 56,39        | 10,50  | 42,27   | 78,33                                 | 91,14                                  |
| 8       | 54,80        | 6,51   | 37,61   | 79,42                                 | 95,79                                  |
| 9       | 58,93        | 5,28   | 41,71   | 86,52                                 | 96,50                                  |
| 10      | 75,10        | 12,12  | 70,24   | 94,71                                 | 98,54                                  |
| 11      | 39,55        | 2,52   | 19,90   | 61,31                                 | 87,16                                  |
| 12      | 57,36        | 4,44   | 42,63   | 82,70                                 | 91,40                                  |



# Анализ результатов выполнения заданий с развернутым ответом

5

## Процент выполнения заданий по городу Москве

| Задание | Средний балл | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный<br>балл | в группе от<br>минимального<br>до 60 тестовых<br>баллов | в группе 61-80<br>тестовых<br>баллов | в группе 81-<br>100 тестовых<br>баллов |
|---------|--------------|--|---|--------------------------------------|--|
| 13      | 39,82        | 0,11   | 11,04   | 72,69                                | 91,99                                  |
| 14      | 16,32        | 0,08   | 1,83  | 22,50                                | 69,83                                  |
| 15      | 31,86        | 0,02   | 4,27  | 58,53                                | 90,03                                  |
| 16      | 5,04         | 0,01   | 0,09  | 2,93                                 | 35,43                                  |
| 17      | 12,55        | 0,00   | 0,54  | 12,63                                | 71,08                                  |
| 18      | 6,08         | 0,01   | 0,04  | 2,48                                 | 46,17                                  |
| 19      | 14,51        | 0,39   | 5,91  | 19,78                                | 45,96                                  |

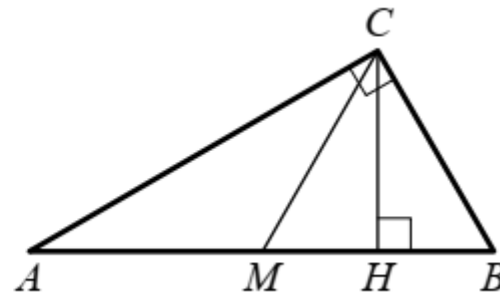


## Анализ результатов выполнения задания 6

6

6

Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $59^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.



### Процент выполнения заданий по городу Москве

| Задание | Средний балл | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный балл | в группе от<br>минимального до 60<br>тестовых баллов | в группе 61-80<br>тестовых<br>баллов | в группе 81-<br>100 тестовых<br>баллов |
|---------|--------------|---|--|--------------------------------------|--|
| 6       | 58,43        | 13,05   | 43,81  | 79,90                                | 96,02                                  |

**Комментарий.** Неверный ответ 30 в задании 6 мог получиться вследствие заблуждения, что высота и медиана делят прямой угол на три равные части. Также не все учащиеся помнят, что медиана, проведенная из прямого угла, равна половине гипотенузы, то есть разбивает прямоугольный треугольник на два равнобедренных.

**Рекомендация.** Больше внимания уделять отработке применения основных геометрических фактов и свойств.

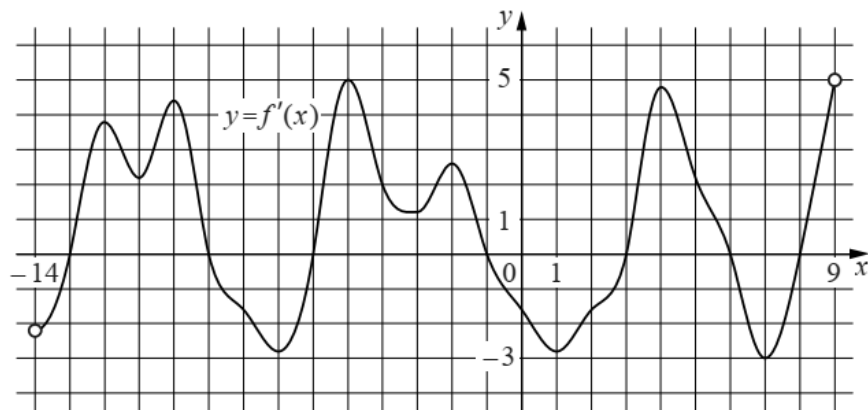


# Анализ результатов выполнения задания 7

7

7

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-14; 9)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-8; 5]$ .



Процент выполнения задания по городу  
Москве

| средний | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный<br>балл | в группе 81-100<br>тестовых баллов |
|---------|--|------------------------------------|
| 56,39   | 10,50  | 91,14                              |

**Комментарий.** Неверный ответ 3 мог получиться при понимании чертежа как графика функции, а не ее производной, а также при нахождении количества точек максимума на всей области определения.

**Рекомендации.** Обращать больше внимания на геометрический смысл производной; предлагать различные вопросы по чтению графика функции и графика ее производной.

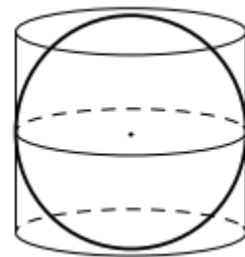


## Анализ результатов выполнения задания 8

8

8

Цилиндр, объём которого равен 30, описан около шара. Найдите объём шара.



| Задание | Процент выполнения задания по городу Москве |   |  |                                |                                 |
|---------|---|---|--|--------------------------------|---------------------------------|
|         | средний                                     | в группе не преодолевших минимальный балл | в группе от минимального до 60 тестовых баллов | в группе 61-80 тестовых баллов | в группе 81-100 тестовых баллов |
| 8       | 54,80                                       | 6,51                                      | 37,61  | 79,42                          | 95,79                           |

**Комментарий.** Неверный ответ в задании 8 мог получиться при использовании неверных формул для нахождения объемов тел вращения. Многие учащиеся эти формулы не помнят.

**Рекомендация.** Больше внимания уделять отработке применения формул, а также постоянно включать задания на соотношения частей фигуры по готовым чертежам в классную и домашнюю работы в качестве задач на повторение и закрепление навыков.





# Анализ результатов выполнения задания 11

9

11

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 7 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 72 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 30 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

## Процент выполнения задания по городу Москве

| Задание | средний | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный балл | в группе от<br>минимального до<br>60 тестовых<br>баллов | в группе 61-80<br>тестовых<br>баллов | в группе 81-100<br>тестовых<br>баллов |
|---------|---------|---|---|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 11      | 39,55   | 2,52  | 19,90   | 61,31                                | 87,16                                 |

**Комментарий.** Неверный ответ 16 мог получиться, если не учтено условие, что скорость первого автомобиля больше 30 км/ч.

**Рекомендация.** Больше внимания уделять заданиям на построение и исследование математических моделей, а также навыкам работы с большими числами. Отработать умение внимательно читать условие задачи.



# Анализ результатов выполнения задания 12

10

12

Найдите точку максимума функции  $y = 2,5x^2 - 11x + 6 \cdot \ln x + 53$ .

Процент выполнения задания по городу Москве

| Задание | средний | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный<br>балл | в группе от<br>минимального<br>до 60<br>тестовых<br>баллов | в группе 61-<br>80 тестовых<br>баллов | в группе 81-<br>100<br>тестовых<br>баллов |
|---------|---------|--|--|---------------------------------------|---|
| 12      | 57,36   | 4,44   | 42,63  | 82,70                                 | 91,40                                     |

**Рекомендация.** Отрабатывать в полном объёме исследование функции с помощью производной.



# Анализ результатов выполнения заданий по геометрии с развернутым ответом

11



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки  
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

И.В. Яценко, И.Р. Высоцкий, А.В. Семенов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
для учителей, подготовленные  
на основе анализа типичных ошибок  
участников ЕГЭ 2021 года

по МАТЕМАТИКЕ

Москва, 2021

**Задания № 14** (стереометрия) и **16** (планиметрия) относятся к заданиям повышенного уровня сложности. Их решают в основном участники ЕГЭ, претендующие на высокий балл. Успешное выполнение этих заданий возможно только при систематическом изучении курса геометрии. Натаскивания на задания, встречавшиеся в прошлые годы, недостаточно. После такой «подготовки» старшеклассник, наученный решать прошлогодние задачи, встречается с задачей, которую он прежде не решал, и не может подойти к ней, поскольку у него отсутствуют навыки анализа условия и геометрической конфигурации, поиска и синтеза решения. Вместо этих важнейших навыков он **имеет лишь навык узнавания знакомой задачи и следования заученному алгоритму.**



# Анализ результатов выполнения заданий по геометрии (часть С). Задание 14.

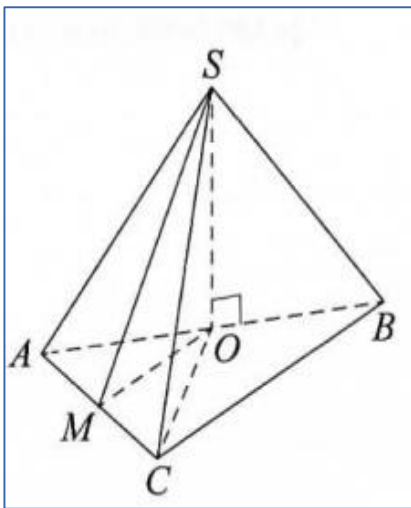
12

14

В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Основание высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой ребра  $AB$ .

а) Докажите, что  $SA = SC$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $SAC$  и  $ABC$ , если  $AC = 24$ ,  $AB = 30$ ,  $SA = 17$ .



## Процент выполнения задания по городу Москве

| средний | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный<br>балл | в группе от<br>минимального<br>до 60 тестовых<br>баллов | в группе 61-<br>80 тестовых<br>баллов | в группе 81-<br>100<br>тестовых<br>баллов |
|---------|--|---|---------------------------------------|---|
| 16,32   | 0,08   | 1,83  | 22,50                                 | 69,83                                     |



# Анализ результатов выполнения заданий по геометрии с развернутым ответом

13

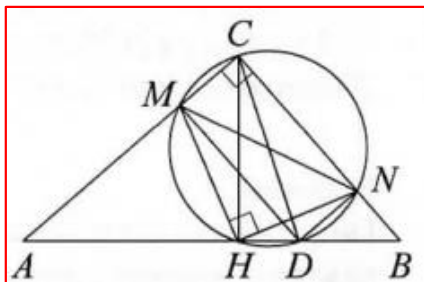
**Комментарий.** Задание № 14 позволило подготовленным учащимся справиться с пунктом а) и получить 1 балл, но не получить балл за пункт б) в связи с отсутствием обоснования факта, что находить надо было именно тот угол, который был найден, причем не тригонометрическую функцию этого угла, а саму величину. Многие решения содержали недостатки в обосновании.

В очередной раз выпускники продемонстрировали плохое владение элементами теории. В частности, большинство не смогли правильно применить свойства ортогонального проектирования, свойства параллельных прямых, признак перпендикулярности прямой и плоскости.



# Анализ результатов выполнения заданий по геометрии с развернутым ответом

14



16

Отрезок  $CH$  — высота прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На катетах  $AC$  и  $BC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно такие, что  $\angle MHN = 90^\circ$ .

- а) Докажите, что треугольник  $MNH$  подобен треугольнику  $ABC$ .  
б) Найдите  $CN$ , если  $BC = 2$ ,  $AC = 4$ ,  $CM = 1$ .

Процент выполнения задания по городу Москве

| Задание | средний | в группе не преодолевших минимальный балл | в группе от минимального до 60 тестовых баллов | в группе 61-80 тестовых баллов | в группе 81-100 тестовых баллов |
|---------|---------|---|--|--------------------------------|---------------------------------|
| 16      | 5,04    | 0,01                                      | 0,09   | 2,93                           | 35,43                           |

**Комментарий.** Задание № 16 представляло собой планиметрическую задачу, направленную на проверку знания соотношений между подобными треугольниками, на которые разделяет прямоугольный треугольник высота, проведенная из прямого угла, и свойств вписанных углов, в частности, свойств вписанных четырехугольников.

Основными ошибками стали ошибки в обосновании геометрических утверждений (в пункте а). В целом, вариантов содержательного решения задания 16 немного.

**Рекомендация:** в группе высокобалльников уделять больше внимания решению базовых задач, исследованию конструкций и проведению дополнительных построений.



# Анализ результатов выполнения задания 15

15

15

Решите неравенство  $\frac{5^x}{5^x-4} + \frac{5^x+5}{5^x-5} + \frac{22}{25^x-9 \cdot 5^x+20} \leq 0$ .

Процент выполнения задания по городу Москве

| Задание | средний | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный балл | в группе от<br>минимального до 60<br>тестовых баллов | в группе 61-80<br>тестовых<br>баллов | в группе 81-100<br>тестовых<br>баллов |
|---------|---------|---|--|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 15      | 31,86   | 0,02  | 4,27   | 58,53                                | 90,03                                 |

**Комментарий.** Основные ошибки, допущенные участниками экзамена при решении **задания № 15** (показательное неравенство):

- вычислительные (арифметические) ошибки;
- ошибки при нахождении области допустимых значений (ОДЗ) переменной в рациональном (относительно показательного) выражении или её полное игнорирование;
- логические ошибки при решении систем и совокупностей простейших неравенств;
- небрежности в изображении объектов на числовой прямой (штриховки, выделение изолированных и неизолированных точек), ошибки при применении метода интервалов.





# Анализ результатов выполнения задания 17

16

## Процент выполнения задания по городу Москве

| средний | в группе 61-80 тестовых баллов | в группе 81-100 тестовых баллов |
|---------|--------------------------------|---------------------------------|
| 12,55   | 12,63                          | 71,08                           |

17

15 января 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й (с февраля по ноябрь 2025 года включительно) долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - 15 ноября 2025 года долг составит 400 тысяч рублей;
  - 15 декабря 2025 года кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

**Задание № 17** представляло собой задачу на кредиты со схемой выплат, предполагающей равномерное по месяцам уменьшение суммы долга, кроме последнего месяца. Процент решаемости оказался ниже ожидаемого за счет того, что задача предполагала составление математической модели.

Основные ошибки, допущенные выпускниками при решении задания 17:

- ошибки при составлении модели (не выделен отдельно последний месяц);
- вычислительные (арифметические) ошибки;
- ошибки в нахождении суммы арифметической прогрессии.

**Рекомендации:** отрабатывать решение задач на различные схемы выплат, сравнивать модели.





# Анализ результатов выполнения задания 18

17

**18**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x+1| + (1-a)|x-1| + 2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

## Процент выполнения задания по городу Москве

| Задание | средний | в группе не<br>преодолевших<br>минимальный балл | в группе от<br>минимального до<br>60 тестовых баллов | в группе 61-80<br>тестовых<br>баллов | в группе 81-100<br>тестовых<br>баллов |
|---------|---------|---|--|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 18      | 6,08    | 0,01  | 0,04   | 2,48                                 | 46,17                                 |

**Задание № 18** допускало различные пути решения:

- раскрытие модулей на промежутках и анализ корней при разных значениях параметра;
- определение количества корней уравнения на основании свойств кусочно-линейных функций;
- построение графика на плоскости  $Oxa$  и анализ количества значений  $x$  при фиксированном  $a$ .

Основные ошибки, допущенные участниками экзамена:

- отсутствие логики при обосновании своего решения;
- отсутствие отдельного рассмотрения значения  $a=1/2$  при аналитическом способе решения;
- неверное построение графиков кусочно-линейных функций;
- неверное построение графика уравнения на плоскости  $Oxa$ ;



# Анализ результатов выполнения задания 19

18

**19**

Отношение трёхзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.

а) Может ли это отношение быть равным 11?

б) Может ли это отношение быть равным 5?

в) Какое наибольшее значение может принимать это отношение, если число не делится на 100 и его первая цифра равна 7?

Процент выполнения задания по городу Москве

| Задание | средний | в группе не преодолевших минимальный балл | в группе от минимального до 60 тестовых баллов | в группе 61-80 тестовых баллов | в группе 81-100 тестовых баллов |
|---------|---------|---|--|--------------------------------|---------------------------------|
| 19      | 14,51   | 0,39                                      | 5,91   | 19,78                          | 45,96                           |

**Задание № 19** позволяло легко получить по крайней мере балл за решение первого пункта, где достаточно привести пример.

Основные ошибки, допущенные выпускниками при решении задания № 19:

- ошибки при преобразовании выражений и неверное использование свойств неравенств;
- недостаточная полнота перебора в рассуждениях, основанных на переборе случаев;
- неверная логика или недостатки обоснования при попытке обосновать монотонность полученных буквенных выражений по одному из двух (каждому из двух) аргументов.



## 1. Дифференциация контингента при подготовке к ЕГЭ.

Каких результатов можно ожидать по окончании обучения?

**I группа** – сдача ЕГЭ на базовом уровне;

**II группа** – успешное решение заданий 1-11 и 12, 14 на экзамене профильного уровня;

**III группа** – успешное решение заданий 1-11 и 12, 14, 15 на экзамене профильного уровня;

**IV группа** – успешное решение заданий 1-11 и 12-18 на экзамене профильного уровня.

**Пример.**

Результаты входного тестирования





## 2. Формирование функциональной грамотности на основе заданий ЕГЭ:

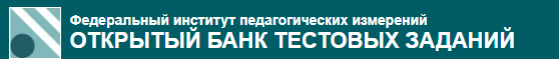
- развивать умение внимательного чтения условия задачи;
- развивать умение графической культуры, работы со свойствами функции, диаграммами и графиками; умение читать свойства функций по графикам;
- формировать умение соотносить данные по тексту;
- развивать геометрическую грамотность, понимание свойств геометрических фигур, умение анализировать данные задач;
- отрабатывать навыки четко описывать предлагаемую структуру задания, работать по схеме (алгоритму), добавляя условия некоторых ограничений;
- развивать умение разбирать более сложные ситуации по конкретным алгоритмам;
- развивать умение аргументировать свои высказывания, выстраивать рассуждения по теме задания;
- отрабатывать навыки составления сложных моделей реальных ситуаций;
- развивать умение работать со сложными научными текстами, выделять из них основную идею и применять знания на практике (практико-ориентированные задания).

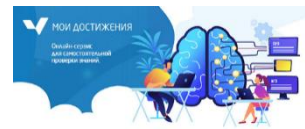


# Направления методической работы

21

Методическую помощь учителям и обучающимся при подготовке к ЕГЭ могут оказать материалы, размещенные на сайте ФИПИ ([www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)):

- документы, определяющие структуру и содержание КИМ ЕГЭ 2022 г.;
- открытый банк заданий ЕГЭ; 
- учебно-методические материалы для председателей и членов региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ;
- методические рекомендации на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ прошлых лет (2015–2021 гг.);
- журнал «Педагогические измерения»; Youtube-канал Рособнадзора (видеоконсультации по подготовке к ЕГЭ 2016 – 2021 гг.),
- материалы сайта ФИПИ (<http://fipi.ru/ege-i-gve-11/daydzhest-ege>);
- МЭШ.





«Просветительская» работа экспертов ЕГЭ:



**ПРОВЕРЯЮТ = УЧАТ**



«Натаскивание» на сдачу ЕГЭ не должно заменять прохождение школьной программы по предмету и выполнения учебного плана в полном объёме.

Многие сильные выпускники видят альтернативу получению высоких баллов на ЕГЭ в успешном выступлении на олимпиадах, что в свою очередь позволяет значительно увеличить шансы поступления в выбранный вуз. Поэтому учителям в работе необходимо учитывать этот фактор.



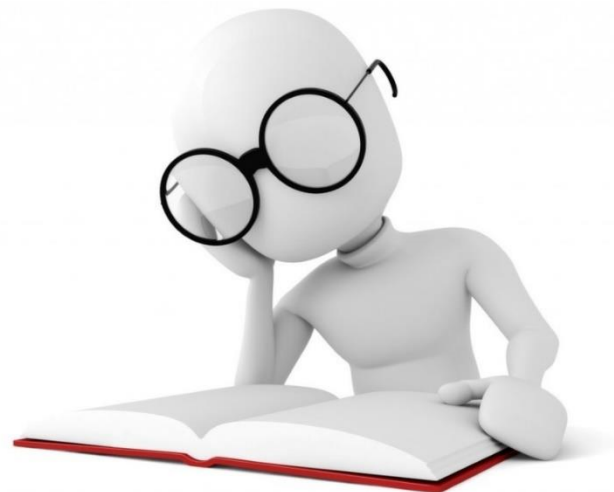
## Анализ результатов работы ПК и новые планы

24

Количество проверок первым и вторым экспертами – ЕГЭ – 70876,  
ГВЭ – 4028.

Проверка была проведена за 3 дня.

Нарушений на проверке не выявлено.







## Основные причины возникновения расхождения в оценивании:

- невнимательное чтение критериев, неумение преломлять их к решению экзаменуемого;
- видение того, что не написано: додумывание за автора, что он хотел сказать;
- невнимание в момент оценивания или внесения баллов в протокол;
- наличие некритериальных решений заданий высокого уровня сложности;
- некорректное вычитывание математических выкладок ( задание 17);
- нечеткое отслеживание отсутствия задания ( крест- ноль или крест- осязаемые баллы).



## Анализ результатов работы ПК и новые планы

26

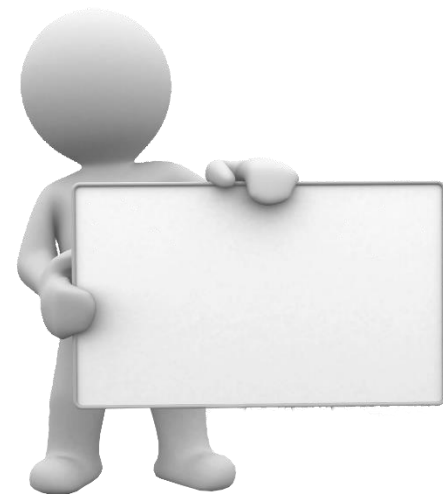
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | сумма |
|----|----|----|----|----|----|----|-------|
| 2  | 1  | 2  | X  | 3  | 1  | 1  | 10    |
| 2  | 2  | 2  | 0  | 3  | 2  | 2  | 13    |
| 2  | 1  | 2  | 0  | 3  | 3  | 2  | 13    |



Обучение экспертов планируется: январь – март.

Система обучения сохраняется.

Присвоение экспертам статусов «ведущий»,  
«старший», «основной».





## Анализ результатов работы ПК и новые планы

---

28

Изменение первичных баллов за задание по стереометрии, ныне №13 (ранее №14): было 2 – теперь 3 первичных балла.

Изменение первичных баллов за задачу с экономическим содержанием, ныне №15 (ранее №17): было 3 – теперь 2 первичных балла.

В этом году будут сдавать ЕГЭ выпускники, которые не сдавали ОГЭ. Дети – без опыта экзаменационных испытаний.



## Работа старших экспертов в конфликтной комиссии.

В этом году состав экспертов, принимавших участие в работе конфликтной комиссии, обновился и расширился. Работать стало спокойней, с одной стороны, но с другой стороны, времени на вычитывание работ стало уходить больше...

Но, считаю, те эксперты, которые принимали участие в апелляции, достойно представили предметную комиссию.

К недочетам в работе следует отнести не всегда четкую аргументацию сохранения выставленных баллов: иногда пояснения, взятые из шаблонов, не соответствуют ситуации в решении задания.



## Ваши предложения...

---

30

Вопросы, на которые хотелось бы получить ваши ответы:

- Чего не хватает в курсовой подготовке?
- Какими, с вашей точки зрения, должны быть квалификационные испытания?
- В чем вы видите преимущества семинаров, проводимых совместно с ФИПИ?
- Помогают или мешают в работе консультанты?
- **Другие предложения**



---

# Спасибо за внимание!